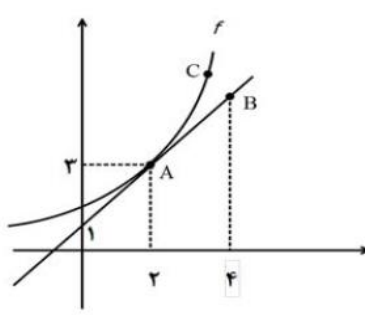


باسمه تعالی

تعداد صفحه : 2	رشته : تجربی	مدت امتحان : 120 دقیقه	سوالات امتحان شبه نهایی درس : ریاضی 3
نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان : / 02 / 1402	ساعت شروع : 8 صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
اداره آموزش و پرورش استان گیلان		دانش آموزان روزانه در نوبت دوم اردیبهشت سال 1402 - (پنجره ارتقاء)	

بارم	سوالات صفحه اول	ردیف
1	<p>درست یا نادرست بودن عبارت های زیر را با علامت <input checked="" type="checkbox"/> مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر نمودار $y = f(x)$ را سه واحد به سمت چپ انتقال دهیم، نمودار $y = f(x - 3)$ به دست می آید.</p> <p>ب) دامنه تابع $y = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ برابر $\left\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ است.</p> <p>ج) حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4-x}{7x+5}$ برابر با $-\frac{1}{7}$ است.</p> <p>د) اگر تابع f در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد، در این صورت تابع f در این بازه هم مینیمم مطلق و هم ماکزیمم مطلق دارد.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	1
1	<p>در هریک از سوالات زیر، گزینه درست را با علامت <input checked="" type="checkbox"/> مشخص کنید.</p> <p>A) باقی مانده تقسیم چندجمله ای $f(x) = 2x^3 - 7x + 1$ بر $x + 2$ کدام است؟ الف) <input type="checkbox"/> -21 ب) <input type="checkbox"/> 3 ج) <input type="checkbox"/> 0 د) <input type="checkbox"/> -1</p> <p>B) اگر خروجی ماشین مقابل $\frac{4}{y}$ باشد، مقدار ورودی آن کدام است؟ الف) <input type="checkbox"/> 3 ب) <input type="checkbox"/> 2 ج) <input type="checkbox"/> -1 د) <input type="checkbox"/> 0</p> <p>خروجی $\frac{x}{\sqrt{x+5}} \Rightarrow 3x - 2 \Rightarrow$ ورودی</p>	2
0/75	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است.</p> <p>ب) اگر $f'(7) = -6$ و $g'(7) = 3$ مفروض باشند، در این صورت حاصل $(5f + g)'(7)$ برابر با است.</p> <p>ج) اگر صفحه p در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از راس آن عبور نکند، شکل حاصل از برخورد صفحه p با سطح مخروطی ، است.</p>	3
1	<p>توابع $f(x) = \sqrt{3 - 2x}$ و $g(x) = \frac{6}{x-2}$ را در نظر بگیرید و دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p>	4
0/75	<p>نمودار تابع با ضابطه $y = \cos(bx) + c$ به صورت زیر رسم شده است. حاصل $b + c$ را به دست آورید. ($b > 0$)</p>	5
1	<p>معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.</p>	6
1/5	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \frac{1}{\cos x}$</p>	7

سؤالات آزمون شبه نهایی درس : ریاضی (3)	مدت امتحان : 120 دقیقه	رشته : تجربی	تعداد صفحه : 2
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع : 8 صبح	تاریخ امتحان : 1402/02/20	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه در نوبت دوم اریبهشت سال 1402- (پنجره ارتقاء)		اداره آموزش و پرورش استان گیلان	

بارم	ردیف	ادامه سؤالات صفحه دوم
1	8	<p>در شکل رو به رو نمودار تابع $f(x)$ و خط مماس بر منحنی آن در نقطه $x = 2$ داده شده است.</p> <p>الف) مشتق تابع $f(x)$ را در نقطه $x = 2$ را بیابید.</p> <p>ب) معادله خط مماس بر نمودار تابع در نقطه A را بنویسید.</p> 
1/25	9	مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در نقطه ای به طول $x = 2$ بررسی کنید.
1/5	10	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) $f(x) = (2x^3 - 7x)(\sqrt{x})$</p> <p>ب) $g(x) = \left(\frac{x^2 - 8x^5}{-x + 1}\right)^6$</p>
1	11	اگر $p(t) = 2000 + 500t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t باشد (t بر حسب ساعت)، آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در 4 ساعت اول پس از زمان $t_0 = 1$ به دست آورید.
1/5	12	اگر نقطه $(-1, 2)$ اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.
1/5	13	هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت 32cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه های بالا و پایین هر صفحه 2cm و حاشیه های کناری هر کدام 1cm در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.
1/5	14	<p>خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$، مرکز آن $(-4, -1)$ و طول قطر کوچک آن 6 واحد است.</p> <p>الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را به دست آورید.</p> <p>ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ بیضی را به دست آورید.</p>
1/75	15	وضعیت دو دایره به معادلات $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$ و $x^2 + y^2 + 2y = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.
2	16	<p>دانش آموزی می خواهد یکی از سه رشته تجربی، ریاضی و انسانی را برای متوسطه دوم خود انتخاب کند. احتمال انتخاب این سه رشته برای این دانش آموز به ترتیب $0/45$، $0/1$ و $0/3$ است و همچنین احتمال قبولی در آزمون ورودی دانشگاه در این سه رشته به ترتیب $0/1$، $0/6$ و $0/3$ است. با چه احتمالی این دانش آموز در آزمون ورودی</p> <p>دانشگاه پذیرفته می شود؟</p>
20	16	تعداد سوال
		جمع نمره
		" با آرزوی موفقیت و سربلندی "

الف) $(f(x+3))$ (سود)

ب) $(x \neq 2ka + a)$ (صعب است)

✓ ج

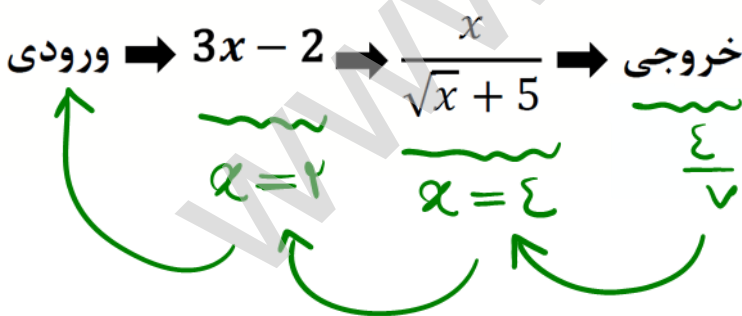
✓ د

قضیه: فرض کنیم تابع f در بازه بسته $[a, b]$ پیوسته باشد. در این صورت f در این بازه هم ماکزیمم مطلق دارد و هم مینیمم مطلق.



$$f(-2) = -14 + 12 + 1 = -1$$

✓ (A)

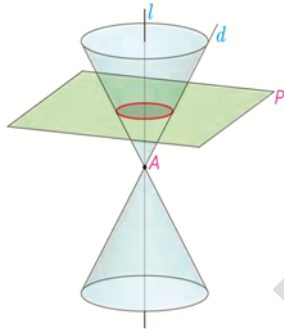


✓ (B)

$$2x^3 - 1 = 15 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

الف) ۳

$$\omega f'(v) + g'(v) = -30 + 3 = \boxed{-27} \quad \text{ب)}$$



الف) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل دایره است.

$$\Rightarrow \boxed{\text{دایره}} \quad \text{ج)}$$

عمود بر محور سطح مخروطی
یعنی موازی با محور سطح مخروطی

$$Dg \circ f = Df \mid f(x) \in Dg$$

$$Df: -2x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

$$Dg: x \neq 2$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{3}{2}, \underbrace{\sqrt{3-2x} \neq 2}_{x \neq -\frac{1}{2}} = (-\infty, \frac{3}{2}] - \{-\frac{1}{2}\}$$

د

طبق سؤال $T = 2a$

$$\Rightarrow \frac{2a}{|b|} = 2a \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{Max } y = 2 \Rightarrow 1 + c = 2 \Rightarrow c = 1$$

$$b + c = 2$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2\alpha = 2k\pi + \frac{\pi - \frac{\pi}{3}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2\alpha = 2k\pi + \frac{\pi - \frac{\pi}{3}}{2} \\ \quad \quad \quad \frac{2\alpha}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

الف)

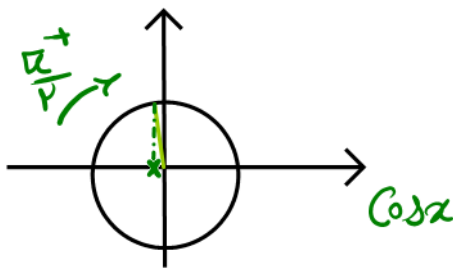
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x(x-1)} \times \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x + \sqrt{2x-1}} = \frac{(x-1)^2}{2x(x-1)}$$

$$= \frac{x-1}{2x} = \frac{0}{2} = 0$$

ب)

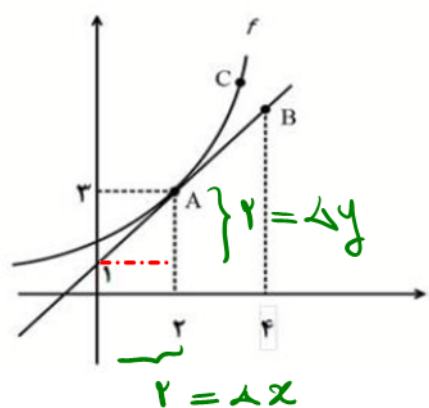
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$



الف)

شیب خط مماس بر f در $x=r$ $\Rightarrow f'(r)$

$$= m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{r}{r} = 1$$



$A(r, r) \Rightarrow m=1$ (ب)

$$\Rightarrow y - r = 1(x - r) \Rightarrow y = x + 1$$

تابع $f(x)$ در $x=2$ پیوسته است. 9

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x^2 - \varepsilon| - 0}{x - 2} = \frac{|x - 2| \times |x + 2|}{x - 2}$$

$$= \frac{x - 2}{x - 2} \times \varepsilon = \varepsilon$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - \varepsilon| - 0}{x - 2} = \frac{|x - 2| \times |x + 2|}{x - 2}$$

$$= \frac{-(x - 2)}{x - 2} \times \varepsilon = -\varepsilon$$

$\Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2) \Rightarrow x=2$ مستقیم‌ناپذیر است

الف) $f(x) = (2x^3 - \sqrt{x})(\sqrt{x})$

$$\Rightarrow f'(x) = (4x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}})(\sqrt{x}) + (\frac{1}{2\sqrt{x}})(2x^3 - \sqrt{x})$$

$$b) \quad g(x) = \left(\frac{x^2 - 12x^5}{-x+1} \right)^4$$

۱۰

$$\Rightarrow g'(x) = 4 \left(\frac{x^2 - 12x^5}{-x+1} \right)^3 \left(\frac{(2x - 60x^4)(-x+1) - (-1)(x^2 - 12x^5)}{(-x+1)^2} \right)$$

۱۱

اینک تغییر متوسط
 P در بازه [۱, ۵]

$$= \frac{P(5) - P(1)}{5 - 1}$$

$$= \frac{(500(5)^2 + 2000) - (500(1)^2 + 2000)}{5 - 1}$$

$$= \frac{500(25 - 1)}{4} = 500 \times 4 = 2000$$

۱۲

$$f(-1) = 2$$

$$\Rightarrow -1 + a - b + 1 = 2 \Rightarrow a - b = 2$$

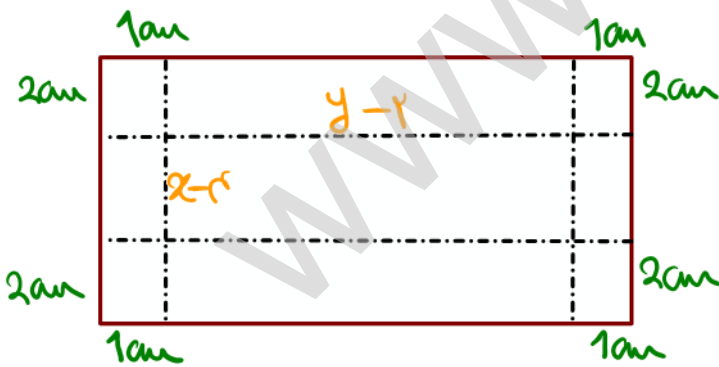
$$f'(-1) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\Rightarrow f'(-1) = 3 - 2a + b = 0$$

$$\Rightarrow b = 2a - 3$$

$$\Rightarrow a - b = 2 \Rightarrow a - 2a + 3 = 2$$

$$\Rightarrow a = 1, \quad b = -1$$



$$\left. \begin{array}{l}
 \alpha \\
 \alpha y = 2 \\
 \text{Min } (\alpha - \varepsilon)(y - 1) = ?
 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha y - \varepsilon y - 2\alpha + 1$$

$$\Rightarrow -2\alpha - \frac{12}{\alpha} + \varepsilon$$

$$\Rightarrow -2\left(\alpha + \frac{4\varepsilon}{\alpha} - 1\right) \Rightarrow 1 - \frac{4\varepsilon}{\alpha^2} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\varepsilon \Rightarrow \alpha = 2\sqrt{\varepsilon}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$$

۱۳

الف) $2b = 2 \Rightarrow b = 3$, $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

۱۴

$\Rightarrow c = \frac{4}{5} a$

$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 9 + \frac{16}{25} a^2$

$\Rightarrow \frac{9}{25} a^2 = 9 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$,
 $c = 4$

فاصله کانونی = $2a = 10$

فاصله کانونی = $2c = 8$

ب) بیضی افقی و

فاصله کانونی = ۱۰

$$\Rightarrow \begin{matrix} & \xleftarrow{-5} & & \xrightarrow{+5} & \\ & & \begin{bmatrix} -9 \\ -1 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ & & \underbrace{\hspace{10em}} & & \end{matrix}$$

یابین چون بیضی افقی است

$$C: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

$$\Rightarrow O(1, -2), R = \sqrt{5}$$

۱۵

$$C': x'^2 + y'^2 + 2y' = 0$$

$$\Rightarrow x'^2 + (y'+1)^2 = 1$$

$$O'(0, -1), R' = 1$$

$$\Rightarrow OO' = \sqrt{(0-1)^2 + (-1-(-2))^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

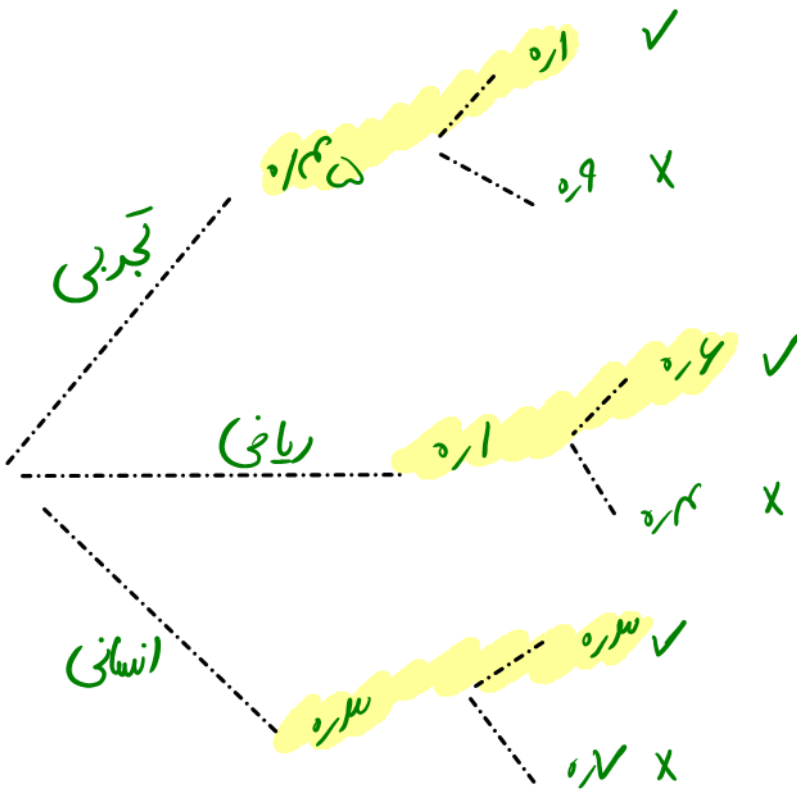
$$\Rightarrow OO' \approx 1,4$$

$$R + R' = \sqrt{5} + 1 \approx 2,2 + 1 \approx 3,2$$

$$|R - R'| = |\sqrt{5} - 1| \approx |2,2 - 1| \approx 1,2$$

$$\Rightarrow |R - R'| < OO' < R + R' \Rightarrow \text{مقاطع}$$

۱۶



$$\begin{aligned}
 P(\text{قبولی در دانشگاه}) &= \left(\frac{1}{100} \times \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{100} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{3}{100} \times \frac{3}{10}\right) \\
 &= \frac{1}{1000} + \frac{4}{1000} + \frac{9}{1000} \\
 &= \frac{14}{1000}
 \end{aligned}$$



با ارزی موفقیت برای شما